SUR LES AUTOMORPHISMES DU GROUPE DE CREMONA

par

Julie DÉSERTI

Abridged English version

We proved in [**7**] that if $\mathbf{k}$ is an uncountable field of characteristic 0, an automorphism of the group $\mathsf{Aut}\,[\mathbf{k}]$ of polynomial diffeomorphisms of $\mathbf{k}^2$ is the composition of an interior one and the action of an automorphism of the field $\mathbf{k}$. The goal of this paper is to announce a similar result for an automorphism of the CREMONA group $\mathsf{Bir}\,(\mathbb{P}^2(\mathbf{C}))$. Each automorphism τ of the field $\mathbf{C}$ naturally acts on $\mathsf{Bir}\,(\mathbb{P}^2(\mathbf{C}))$; we note $\tau(.)$ this action.

Theorem 0.1. — *Let φ be an automorphism of $\mathsf{Bir}\,(\mathbb{P}^2(\mathbf{C}))$. There exists a birational transformation ψ and an automorphism τ of the field $\mathbf{C}$ such that for all f in $\mathsf{Bir}\,(\mathbb{P}^2(\mathbf{C}))$ we have : $\varphi(f)=\tau(\psi f\psi^{-1})$.*

For the group $\mathsf{Aut}\,[\mathbf{k}^2]$, we used the tree obtained from the amalgamated product structure of this group (JUNG'S theorem, [**9**], [**11**], [**12**]). We don't have such an object for the CREMONA group so the proof is essentially different ; it is based on a study of maximal abelian subgroups of the DE JONQUIÈRES group J. Among these groups there are :

$$\mathsf{J}_a=\{(x+P(y),y)\mid P\in\mathbf{C}(y)\},\ \ \mathsf{T}=\{(x+\alpha,y+\beta)\mid \alpha,\ \beta\in\mathbf{C}\},\ \ \mathsf{D}=\{(\alpha x,\beta y)\mid \alpha,\ \beta\in\mathbf{C}^*\};$$

the notation $(f_1(x,y),f_2(x,y))$ stands for $(x,y)\mapsto(f_1(x,y),f_2(x,y))$.
Let G be an uncountable abelian subgroup of $\mathsf{Bir}\,(\mathbb{P}^2(\mathbf{C}))$, then each element of G preserves at least one rational vector field and one of the following holds :

- G has a periodic element,
- there exists a foliation $\mathcal{F}$ invariant by each element of G.

In the first case, G is not conjugate to J_a.
In the second case we have up to conjugacy one of the two possibilities : G is an uncountable maximal abelian subgroup of J or G posseses a periodic element.
Let φ be an automorphism of the group $\mathsf{Bir}\,(\mathbb{P}^2(\mathbf{C}))$. Applying these to $\mathsf{G}=\varphi(\mathsf{J}_a)$ we get thanks to the description of the uncountable maximal abelian subgroups of J : up to conjugacy, $\varphi(\mathsf{J}_a)=\mathsf{J}_a$ and $\varphi(x+1,y)=(x+1,y)$. We can prove that, up to conjugacies, we have $\varphi(\mathsf{J}_a)=\mathsf{J}_a$, $\varphi(x+1,y)=(x+1,y)$, $\varphi(\mathsf{T})=\mathsf{T}$ and $\varphi(\mathsf{D})=\mathsf{D}$.
Then we obtain : After conjugating φ by an interior automorphism and an automorphism of the field $\mathbf{C}$, the groups T and D are pointwise invariant by φ. Finally we show that φ preserves

(y,x) and $\left(\frac{1}{x},\frac{1}{y}\right)$. As the CREMONA group is generated by $\mathsf{PGL}(3,\mathbf{C})$ and the involution $\left(\frac{1}{x},\frac{1}{y}\right)$ (NŒTHER'S theorem [**6**]), we get the announced result.

1. Introduction

Dans [**13**] WHITTAKER montre que tout isomorphisme entre les groupes d'homéomorphismes de deux variétés topologiques connexes est induit par un homéomorphisme entre les variétés elles-mêmes. En 1982 FILIPKIEWICZ propose un résultat semblable pour les variétés différentiables ; si M est une variété de classe $\mathcal{C}^k$ nous noterons $\mathsf{Diff}^k(M)$ le groupe des difféomorphismes de classe $\mathcal{C}^k$ de M.

Théorème 1.1 ([**8**]). — *Soient M et N deux variétés réelles connexes respectivement de classe $\mathcal{C}^k$ et $\mathcal{C}^j$. Si $\varphi:\ \mathsf{Diff}^k(M)\to\mathsf{Diff}^j(N)$ est un isomorphisme de groupes, alors k est égal à j et il existe un difféomorphisme $\psi:\ M\to N$ de classe $\mathcal{C}^k$ tel que pour tout f dans $\mathsf{Diff}^k(M)$ on ait :*

$$\varphi(f)=\psi f\psi^{-1}.$$

Nous renvoyons à [**1**] et [**2**] pour d'autres résultats analogues.
Soit V une variété algébrique complexe définie sur $\mathbf{Q}$; notons $\mathsf{Aut}\,(V)$ le groupe des biholomorphismes de V et $\mathsf{Bir}\,(V)$ le groupe des transformations birationnelles de V. Puisque V est définie sur $\mathbf{Q}$, un automorphisme τ du corps $\mathbf{C}$ induit un isomorphisme de $\mathsf{Aut}\,(V)$ (resp. $\mathsf{Bir}\,(V)$). Lorsque $V=\mathsf{Bir}\,(\mathbb{P}^2(\mathbf{C}))$, nous notons, dans une carte affine (x,y), un élément f de V par ses deux composantes $(f_1(x,y),f_2(x,y))$. Par exemple $\left(\frac{1}{x},\frac{1}{y}\right)$ est l'involution de CREMONA.
Dans [**7**] nous établissons un analogue du théorème 1.1 pour le groupe $\mathsf{Aut}\,[\mathbf{k}^2]$ des automorphismes polynomiaux du plan $\mathbf{k}^2$: si $\mathbf{k}$ désigne un corps non dénombrable de caractéristique nulle, alors un automorphisme du groupe $\mathsf{Aut}\,[\mathbf{k}^2]$ est la composée d'un automorphisme intérieur et de l'action induite par un automorphisme du corps $\mathbf{k}$. Cet énoncé s'étend au groupe de CREMONA $\mathsf{Bir}\,(\mathbb{P}^2(\mathbf{C}))$ décrit par le théorème de NŒTHER, résultat valable pour tout corps algébriquement clos :

Théorème 1.2 ([**6**]). — *Le groupe $\mathsf{Bir}\,(\mathbb{P}^2(\mathbf{C}))$ est engendré par $\mathsf{PGL}(3,\mathbf{C})=\mathsf{Aut}\,(\mathbb{P}^2(\mathbf{C}))$ et l'involution de* CREMONA $\sigma(x,y)=\left(\frac{1}{x},\frac{1}{y}\right)$.

Comme annoncé nous avons le :

Théorème 1.3. — *Soit φ un automorphisme du groupe de* CREMONA. *Il existe ψ dans $\mathsf{Bir}\,(\mathbb{P}^2(\mathbf{C}))$ et un automorphisme τ du corps $\mathbf{C}$ tel que pour tout élément f de $\mathsf{Bir}\,(\mathbb{P}^2(\mathbf{C}))$, on ait :*

$$\varphi(f)=\tau(\psi f\psi^{-1}).$$

En d'autres termes le groupe des automorphismes extérieurs de $\mathsf{Bir}\,(\mathbb{P}^2(\mathbf{C}))$ s'identifie au groupe des automorphismes du corps $\mathbf{C}$. Nous présentons ici une esquisse de preuve de ce résultat ; les détails paraîtront ultérieurement.
Pour l'étude des automorphismes de $\mathsf{Aut}\,[\mathbf{k}^2]$ nous avons largement utilisé les travaux de LAMY ([**10**]) qui sont conséquence de la structure de produit amalgamé de ce groupe (théorème de JUNG, [**9**], [**11**], [**12**]). Nous ne disposons pas d'un tel outil pour le groupe de CREMONA et la démonstration est donc essentiellement différente. Notons J le groupe de DE JONQUIÈRES ; c'est le groupe d'invariance de la fibration standard $y=$ cte. Il est isomorphe au produit semi-direct

$\mathsf{PGL}(2,\mathbf{C}(y)) \rtimes \mathsf{PGL}(2,\mathbf{C})$. La preuve du théorème 1.3 repose sur une étude des sous-groupes abéliens maximaux non dénombrables de J et de leurs images par φ. Parmi ceux-ci il y a les groupes suivants :

$$\mathsf{J}_a = \{(x+P(y),y) \mid P \in \mathbf{C}(y)\},\ \ \mathsf{T} = \{(x+\alpha,y+\beta) \mid \alpha,\ \beta \in \mathbf{C}\},\ \ \mathsf{D} = \{(\alpha x,\beta y) \mid \alpha,\ \beta \in \mathbf{C}^*\}\ ;$$

tous les trois jouent un rôle important dans la démarche. L'idée est d'étudier leurs images par φ et, de proche en proche, de modifier φ par conjugaison pour qu'ils deviennent tous φ-invariants.

2. Feuilletages

Soit S une surface projective munie d'un feuilletage $\mathcal{F}$; notons $\mathsf{Bir}\,(S,\mathcal{F})$ (resp. $\mathsf{Aut}\,(S,\mathcal{F})$) le groupe des transformations birationnelles (resp. holomorphes) laissant le feuilletage $\mathcal{F}$ invariant sur la surface S.

Lemme 2.1. — *Soit* G *un sous-groupe abélien non dénombrable de* $\mathsf{Bir}\,(\mathbb{P}^2(\mathbf{C}))$. *Tout élément de* G *fixe un champ de vecteurs rationnel non nul. En particulier tout élément de* G *préserve au moins un feuilletage holomorphe singulier de* $\mathbb{P}^2(\mathbf{C})$.

Esquisse de preuve. Le groupe G étant non dénombrable il existe un entier n tel que l'ensemble des transformations birationnelles de degré n dans G soit non dénombrable. Sa clôture de Zariski est donc de dimension supérieure ou égale à un et contient des familles à un paramètre f_t de transformations qui commutent ; nous vérifions que le champ $X = \frac{\partial f_t}{\partial t}|_{t=0}$ convient. Si g est un élément quelconque de G, nous constatons, en considérant la famille $g_t = gf_0^{-1}f_t$, que g laisse un feuilletage invariant.

Théorème 2.2. — *Soit* G *un sous-groupe abélien maximal non dénombrable de* $\mathsf{Bir}\,(\mathbb{P}^2(\mathbf{C}))$. *Alors le groupe* G *satisfait l'une des propriétés suivantes :*
- G *possède un élément de torsion,*
- G *est conjugué à un sous-groupe de* J.

Esquisse de preuve. A partir du lemme 2.1 nous montrons que G possède un élément périodique ou laisse un feuilletage invariant $\mathcal{F}$. Plaçons nous dans ce dernier cas. Nous avons à examiner deux situations en liaison avec les travaux de Cantat et Favre ([**5**]) décrivant les symétries birationnelles des feuilletages.
a. Supposons qu'il existe une surface S et une transformation birationnelle ξ de S dans $\mathbb{P}^2(\mathbf{C})$ telles que $\mathsf{Aut}\,(S,\xi^*\mathcal{F}) = \mathsf{Bir}\,(S,\xi^*\mathcal{F})$. Puisque G est infini, $\mathsf{Aut}\,(S,\xi^*\mathcal{F})$ l'est ; alors, d'après Cantat et Favre ([**5**], théorème 1.1), nous pouvons supposer que :
- ou bien $\xi^*\mathcal{F}$ est invariant par un champ de vecteurs holomorphe,
- ou bien $\xi^*\mathcal{F}$ est une fibration elliptique.

Le groupe G n'étant pas dénombrable le dernier cas n'arrive pas (voir [**4**]). Examinons donc la possibilité où $\xi^*\mathcal{F}$ est invariant par un champ holomorphe X sur S ; il existe alors, toujours d'après [**5**], une suite de contractions π de S vers un modèle minimal $\tilde{S}$ de S telle que $\tilde{\mathsf{G}} = \pi_*(\mathsf{G})$ soit un sous-groupe de $\mathsf{Aut}\,(\tilde{S})$. Suivant que $\tilde{S}$ est une surface de Hirzebruch ou $\mathbb{P}^2(\mathbf{C})$ nous montrons que ou bien $\tilde{\mathsf{G}}$ préserve une fibration rationnelle, ou bien $\tilde{\mathsf{G}}$ est un sous-groupe abélien maximal de $\mathsf{PGL}(3,\mathbf{C}) = \mathsf{Aut}\,(\mathbb{P}^2(\mathbf{C}))$. Dans cette dernière éventualité, $\tilde{\mathsf{G}}$ contient un élément de torsion ou coïncide avec le groupe des translations (toujours à conjugaison près).

b. Lorsque la situation **a.** n'a pas lieu, alors, d'après Cantat et Favre ([**5**], théorème 1.2 et exemple 1.3), nous obtenons, à conjugaison près, l'alternative suivante :

- il existe des entiers p, q, r et s tels que $\mathsf{Bir}(\mathbb{P}^2(\mathbf{C}),\mathcal{F})=\{(x^py^q,x^ry^s),\ (\alpha x,\beta y)\mid \alpha,\ \beta\in\mathbf{C}^*\}$ à revêtement fini près,
- $\mathcal{F}$ est une fibration rationnelle.

Dans le premier cas, nous constatons que les sous-groupes abéliens maximaux non dénombrables de $\mathsf{Bir}(\mathbb{P}^2(\mathbf{C}),\mathcal{F})$ contiennent des éléments de torsion de tout ordre. Il nous reste à examiner le second cas, autrement dit à étudier les sous-groupes abéliens maximaux non dénombrables de J.

3. Sous-groupes abéliens maximaux de J

3.1. Le groupe J_0. —
Soit G un sous-groupe de J. Notons π la projection de $\mathsf{J}\simeq\mathsf{PGL}(2,\mathbf{C}(y))\rtimes\mathsf{PGL}(2,\mathbf{C})$ sur le second facteur et G_0 le groupe $(\ker\pi)\cap\mathsf{G}$. Remarquons que $\mathsf{J}_0=\ker\pi$ est isomorphe à $\mathsf{PGL}(2,\mathbf{C}(y))$. Si f_S est une famille d'éléments d'un groupe G, nous désignons par $\langle f_S\rangle$ le groupe engendré par la famille f_S.
Introduisons les quatre types de sous-groupes de J_0 suivants :

- $\mathsf{J}_m=\{(a(y)x,y)\mid a\in\mathbf{C}(y)^*\}$,
- pour tout F dans $\mathbf{C}(y)$ qui n'est pas un carré : $\mathsf{J}_F=\{\left(\frac{a(y)x+F(y)}{x+a(y)},y\right)\mid a\in\mathbf{C}(y)\}$,
- pour tout c et F dans $\mathbf{C}(y)$ tels que F ne soit pas un carré :
$$\mathsf{I}_F^c=\langle\left(\frac{F(y)}{x},y\right),\left(\frac{c(y)x-F(y)}{x-c(y)},y\right)\rangle$$
- et enfin $\mathsf{I}_B=\langle(-x,y),\left(\frac{1}{B(y)x},y\right)\rangle$ pour tout B dans $\mathbf{C}(y)^*$.

Remarquons que si F était un carré, le groupe J_F correspondant serait conjugué à J_m. Les groupes I_F^c et I_B ont quatre éléments.

Lemme 3.1. — *Soit G un sous-groupe abélien de J_0. Alors G est, à conjugaison près, un sous-groupe de J_a, J_m, J_F, I_F^c ou I_B.*

La preuve est simple et repose sur la compréhension du groupe $\mathsf{PGL}(2,\mathbf{k})$ pour $\mathbf{k}=\mathbf{C}(y)$.

3.2. Caractérisation de J_a. —
Voici deux propriétés de J_a qui nous permettront de le distinguer des autres sous-groupes abéliens maximaux non dénombrables de J :

- J_a ne possède pas d'élément de torsion,
- le groupe non résoluble $\{(a(y)x+b(y),\nu(y))\mid a\in\mathbf{C}(y)^*,\ b\in\mathbf{C}(y),\ \nu\in\mathsf{PGL}(2,\mathbf{C})\}$ agit par conjugaison sur J_a.

3.3. Etude de J_a. —
L'étude des sous-groupes abéliens maximaux non dénombrables de J s'effectue suivant la nature de G_0 (lemme 3.1) et de $\pi(\mathsf{G})$; nous obtenons le :

Théorème 3.2. — *Soit G un sous-groupe abélien maximal non dénombrable de J. Le groupe G vérifie l'une des propriétés suivantes :*

- *G contient un élément de torsion,*
- *G est conjugué à J_a,*

– *tout sous-groupe de* $\mathsf{Bir}(\mathbb{P}^2(\mathbf{C}))$ *agissant par conjugaison sur* G *est virtuellement résoluble.*

Les théorèmes 2.2 et 3.2 ajoutés aux propriétés de J_a (*c.f.* 3.2) conduisent au :

Corollaire 3.3. — *Soit* φ *un automorphisme de* $\mathsf{Bir}(\mathbb{P}^2(\mathbf{C}))$. *Quitte à composer* φ *par une conjugaison, le groupe* J_a *est invariant par* φ *et* $\varphi(x+1,y)=(x+1,y)$.

4. Conclusion

Introduisons les groupes suivants : $\mathsf{T}_1=\{(x+\alpha,y)\mid\alpha\in\mathbf{C}\}$, $\mathsf{T}_2=\{(x,y+\beta)\mid\beta\in\mathbf{C}\}$, $\mathsf{D}_1=\{(\alpha x,y)\mid\alpha\in\mathbf{C}^*\}$ et $\mathsf{D}_2=\{(x,\beta y)\mid\beta\in\mathbf{C}^*\}$.
La proposition qui suit est relativement technique ; outre l'abélianité elle utilise par exemple les actions des D_i sur les T_i qui sont transportées par φ.

Proposition 4.1. — *Soit* φ *un automorphisme du groupe de* Cremona. *Supposons que* $\varphi(\mathsf{J}_a)=\mathsf{J}_a$ *et* $\varphi(x+1,y)=(x+1,y)$. *Alors il existe un conjugué de* φ *qui satisfait encore ces deux conditions et qui, de plus, laisse invariant les groupes* T_i *et* D_i.

Par suite φ induit deux automorphismes du groupe des transformations affines de la droite. Le lemme suivant est sans doute bien connu, on peut en trouver une preuve dans [**7**] :

Lemme 4.2. — *Soit* ϕ *un automorphisme du groupe des transformations affines de la droite complexe. Alors* ϕ *est la composée d'un automorphisme intérieur et de l'action d'un isomorphisme du corps* $\mathbf{C}$.

Esquisse de preuve. Les sous-groupes abéliens maximaux du groupe des transformations affines de la droite sont : le groupe des translations et les groupes des transformations affines qui fixent un point. Puisque le premier ne contient pas d'élément de torsion, il est envoyé sur lui-même par ϕ. Il existe donc une bijection additive τ_2 de $\mathbf{C}$ telle que $\phi(z+b)=z+\tau_2(b)$. Quitte à faire une conjugaison par une translation nous pouvons supposer que le groupe des transformations affines qui fixent 0 est invariant par ϕ ; autrement dit il existe une bijection multiplicative τ_1 de $\mathbf{C}^*$ telle que $\phi(az)=\tau_1(a)z$. En remarquant que $\phi(az+a)$ s'écrit $\phi(z+a)\phi(az)$ mais aussi $\phi(az)\phi(z+1)$ nous obtenons : $\tau_1(a)\tau_2(1)=\tau_2(a)$. Comme $\tau_2(1)$ est non nul, τ_1 est additive donc un isomorphisme de corps et $\phi(az+b)=\tau_1(a)z+\tau_2(1)\tau_1(b)$.

Par suite, pour tous α, β dans $\mathbf{C}^*$ et γ, δ dans $\mathbf{C}$ nous avons :

$$\varphi(\alpha z+\gamma,\beta z+\delta)=(\varsigma_1(\alpha)z+\mu\varsigma_1(\gamma),\varsigma_2(\beta)z+\lambda\varsigma_2(\delta))$$

où λ, μ désignent deux complexes non nuls et ς_1, ς_2 deux automorphismes du corps $\mathbf{C}$. En écrivant que $(x+y,y)$ et $(\alpha x,\alpha y)$ commutent, et donc que $\varphi(x+y,y)=(x+\xi(y),y)$ et $\varphi(\alpha x,\alpha y)=(\varsigma_1(\alpha)x,\varsigma_2(\alpha)y)$ commutent, nous obtenons que $\varsigma_1=\varsigma_2$. Ainsi, quitte à composer φ par un automorphisme intérieur et un isomorphisme du corps $\mathbf{C}$, les groupes T et D sont laissés invariants point par point. Nous constatons, après ces modifications, que les involutions $\left(x,\frac{1}{y}\right)$ et (y,x) sont fixées par φ. Or le groupe engendré par D, T, (y,x) et $\left(x,\frac{1}{y}\right)$ contient $\mathsf{PGL}(3,\mathbf{C})$; de plus, l'involution de Cremona s'écrit $\left(\left(x,\frac{1}{y}\right)(y,x)\right)^2$; ces groupes et involutions étant invariants point par point par φ, nous obtenons grâce au théorème 1.2 le résultat annoncé.

5. Compléments

Nous pouvons déduire du théorème 1.3 un résultat sur le groupe d'automorphismes du semi-groupe des transformations rationnelles de $\mathbb{P}^2(\mathbf{C})$; comme ce semi-groupe contient $\mathsf{Bir}\,(\mathbb{P}^2(\mathbf{C}))$, nous pouvons parler d'automorphisme intérieur.

Corollaire 5.1. — *Un isomorphisme du semi-groupe des transformations rationnelles de $\mathbb{P}^2(\mathbf{C})$ dans lui-même est intérieur à composition près par un automorphisme de corps.*

Dans l'esprit du théorème de Filipkiewicz, nous avons le résultat suivant :

Corollaire 5.2. — *Soient S une surface projective complexe et φ un isomorphisme entre $\mathsf{Bir}\,(S)$ et $\mathsf{Bir}\,(\mathbb{P}^2(\mathbf{C}))$. Il existe une transformation birationnelle $f : S \dashrightarrow \mathbb{P}^2(\mathbf{C})$ et un automorphisme τ du corps $\mathbf{C}$ tels que, pour tout g dans $\mathsf{Bir}\,(S)$, on ait :*

$$\varphi(g) = \tau(fgf^{-1}).$$

Corollaire 5.3. — *Le groupe des automorphismes du corps $\mathbf{C}(x, y)$ est isomorphe au groupe des automorphismes du groupe de Cremona.*

Remarque 1. — *Les groupes $\mathsf{Bir}\,(\mathbb{P}^2(\mathbf{C}))$ et $\mathsf{Bir}\,(\mathbb{P}^n(\mathbf{C}))$ sont isomorphes si et seulement si $n = 2$. C'est une conséquence de théorèmes récents de Beauville ([**3**]).*

Remerciements

Je tiens à remercier Serge Cantat et Dominique Cerveau pour avoir encadré ce travail avec enthousiasme et patience. Merci à Stéphane Lamy pour les discussions que nous avons eues.

Références

[1] A. Banyaga, On isomorphic classical diffeomorphism groups. I, Proc. Amer. Math. Soc., 98, (1986), 1, 113–118.
[2] A. Banyaga, The structure of classical diffeomorphism groups, Mathematics and its Applications, 400, 1997.
[3] A. Beauville, p-elementary subgroups of the Cremona group, A paraître dans J. Algebra.
[4] S. Cantat, Dynamique des automorphismes des surfaces complexes compactes, Thèse, Ecole Normale Supérieure de Lyon, 1999.
[5] S. Cantat, C. Favre, Symétries birationnelles des surfaces feuilletées, J. Reine Angew. Math., 561, (2003), 199–235.
[6] G. Castelnuovo, Le trasformationi generatrici del gruppo cremoniano nel piano, Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino, 36, (1901), 861-874.
[7] J. Déserti, Sur le groupe des automorphismes polynomiaux du plan affine, A paraître dans J. Algebra.
[8] R.P. Filipkiewicz, Isomorphisms between diffeomorphism groups, Ergodic Theory Dynamical Systems, 2, (1982), 159–171.
[9] H.W.E. Jung, Über ganze birationale Transformationen der Ebene, J. Reine Angew. Math., 184, (1942), 161–174.
[10] S. Lamy, L'alternative de Tits pour Aut$[\mathbb{C}^2]$, J. Algebra, 239, (2001), 2, 413–437.
[11] S. Lamy, Une preuve géométrique du théorème de Jung, Enseign. Math. (2), 48, (2002), 3-4, 291–315.
[12] W. van der Kulk, On polynomial rings in two variables, Nieuw Arch. Wisku nde (3), 1, (1953), 33–41.

[13] J.V. Whittaker, On isomorphic groups and homeomorphic spaces, Ann. of Math. (2), 78, (1963), 74–91.

Julie Déserti, IRMAR, UMR 6625 du CNRS, Université de Rennes I, 35042 Rennes, France.
E-mail : julie.deserti@univ-rennes1.fr